Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Ярославский государственный педагогический
университет им. К.Д. Ушинского»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор
___________М.В.Новиков

«___»_____________20__ г.

ПРОГРАММА
вступительного экзамена в аспирантуру по специальности
13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)»

Разработчик:

профессор, д.п.н. ______________________ А.В. Ястребов

Утверждено
На заседании кафедры «___» _________ 20____г.
Протокол №
Заведующий кафедрой,
профессор ______________________ А.В. Ястребов

Вопросы вступительного экзамена в аспирантуру
по специальности
13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика)

ОБЩАЯ МЕТОДИКА

1. Цели и задачи обучения математике в средней школе. Анализ учебных программ по математике для 1-4, 5-9, 10-11 классов. Формирование материалистического мировоззрения на уроках математики.
2. Факультативные курсы по математике (содержание и методика проведения).
3. Индукция и дедукция, анализ и синтез в обучении математике. Метод математической индукции.
4. Математические понятия и методика их введения в средней школе. Методика изучения теорем и аксиом. Логическая структура определений и теорем. Необходимые и достаточные условия.
5. Роль задач в обучении математике.
6. Специфика обучения математике в высших, заочных учебных заведениях, ПТУ.
7. Школы и классы с углубленным изучением математики.
8. Вопросы профориентации в обучении математике.

ЧАСТНЫЕ МЕТОДИКИ

1. Методика ознакомления учащихся с основными математическими понятиями школьной математики.
2. Методика изучения числовых систем: натуральные числа, обыкновенные и десятичные дроби, положительные и отрицательные числа, рациональные числа, вещественные числа. Основные операции над ними и методика их изучения.
3. Тождественные преобразования (рациональных, целых и дробных, иррациональных алгебраических выражений).
4. Методика обучения приближенным вычислениям.
5. Уравнения и неравенства в школьном курсе математики.
6. Методика введения понятия функции (методика изучения линейной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической функций, квадратичной параболы).
7. Методика изучения последовательностей и пределов последовательностей в школьном курсе математики.
8. Методика изучения понятия производная и производных основных элементарных функций в школьном курсе математики.
9. Методика введения понятия интеграл и изучение его основных приложений в школьном курсе математики.
10. Логическое построение курса геометрии.
11. Методика изучения основных геометрических преобразований в среднем звене школы.
12. Методика изучения следующих геометрических преобразований: осевая симметрия, центральная симметрия, поворот, гомотетия, симметрия относительно плоскости.
13. Изучение тем: равенство фигур, многогранники, векторы (на плоскости и в пространстве). Метод координат.
14. Методика изучения первых разделов систематического курса стереометрии.
15. Изучение параллельности прямых на плоскости и в пространстве, параллельность плоскостей.
16. Изучение перпендикулярности прямых на плоскости и в пространстве, перпендикулярность плоскостей.
17. Стереометрические задачи и методика их решения.

18. Методика изучения длин, площадей и объемов в школьном курсе математики.

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Алгебра и теория чисел

1. Аксиоматическая теория множества натуральных чисел. Независимость аксиомы индукции и ее роль в обосновании арифметики. Сложение и умножение во множестве натуральных чисел.
2. Аксиоматическая теория множества целых чисел. Построение модели.
3. Аксиоматическая теория множества вещественных чисел. Построение модели. Свойства действительных чисел.
4. Аксиоматическая теория множества комплексных чисел. Построение модели. Отношение эквивалентности и разбиение на классы. Фактор-множество. Отношение порядка.
5. Поле. Простейшие свойства поля. Изоморфизмы полей. Числовые поля.
6. Системы линейных уравнений. Равносильные линейные системы и элементарные преобразования систем. Метод Гаусса. Критерий совместности.
7. Группа. Основные свойства групп. Подгруппы.
8. Векторное пространство: определение и свойства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и размерность векторного пространства.
9. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Линейные операторы с простым спектром.
10. Делимость в кольце целых чисел. Алгоритм Евклида и его приложения в теории чисел.
11. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Каноническое представление простого числа и его единственность.
12. Кольца. Изоморфизмы. Кольцо классов вычетов целых чисел.
13. Основные свойства сравнений. Полная и приведенная система вычетов. Теоретико – числовые функции суммы и числа делителей, функция Эйлера, теоремы Эйлера и Ферма.
14. Арифметические приложения теории сравнений.
15. НОД двух многочленов от одной переменной. Алгоритм Евклида. Приводимые и не приводимые над полем многочлены. Разложение многочленов в произведение неприводимых множителей и единственность такого разложения. Основная теорема о симметрических многочленах (без доказательства).
16. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с вещественными коэффициентами. Неприводимые многочлены над полем действительных чисел.
17. Строение простого алгебраического расширения поля, освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.

Геометрия

1. Трехмерное евклидово пространство. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Приложения к решению задач.
2. Группа движений (перемещений) плоскости. Классификация движений. Приложения движений к решению задач.
3. Группа преобразования подобий плоскости и ее подгруппы. Приложения к решению задач.
4. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы. Приложения к решению задач.

5. Взаимное расположение двух прямых, двух плоскостей, прямых и плоскостей (в аналитическом изложении).
6. Проективная плоскость и ее модели. Группа проективных преобразований. Приложения к решению задач.
7. Изображения плоскостных и пространственных фигур в параллельной проекции. Позиционные и метрические задачи.
8. Система аксиом Вейля трехмерного евклидового пространства и ее непротиворечивость. Связь систем аксиом Вейля с аксиомами школьного курса математики.
9. Многоугольники. Площадь многоугольника, теорема существования и единственности. Равновеликость и равносоставленность.
10. Плоскость Лобачевского. Непротиворечивость системы аксиом, взаимное расположение прямых на плоскости.
11. Топологическое пространство. Топологическое многообразие. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Теоремы Эйлера для многогранников.
12. Линии и поверхности в евклидовом пространстве. Гладкие линии и гладкие поверхности. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.

Математический анализ

1. Множества и операции над ними. Равномощность множеств. Счетные множества и их свойства. Несчетность континуума. Сравнение множеств по мощности и теорема о мощности множества всех подмножеств.
2. Существование точной верхней и точной нижней граней множества вещественных чисел.
3. Функция, предел функции и его свойства.
4. Предел числовой последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности. Необходимое и достаточное условие сходимости (Коши).
5. Непрерывность функции в точке. Основные свойства функции. Свойства функций определенных и непрерывных на отрезке. Ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, равномерная непрерывность. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.
6. Дифференцируемость функции одной переменной. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Возрастание, убывание, экстремумы функции. Дифференцирование функции многих переменных. Достаточные условия дифференцируемости. Частные производные. Геометрический смысл дифференциала функции двух (трех) переменных.
7. Определенный интеграл. Критерий интегрируемости функции на отрезке. Интегрируемость непрерывных функций. Основные свойства интеграла. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Площадь плоской фигуры. Длина кривой. Приложения интеграла к нахождению площадей и длин.
9. Числовой ряд. Признаки сходимости: интегральный, Д'Аламбера и Коши. Абсолютная и условная сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда.
10. Формула и ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
11. Метрические пространства. Замкнутые и открытые множества.
12. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, начальные условия, интегральные кривые. Некоторые типы уравнений, разрешимых в квадратурах. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и их применение к исследованию колебательных процессов.
13. Условия Коши-Римана. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие конформного отображения. Отображения, определенные целой, линейной, дробно-линейной функциями.

Литература

1. Гребенюк О.С., Рожков М.И. Общие основы педагогики. – Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2004.
2. Иванова Т.А. и др. Теоретические основы обучения математике в средней школе. – Н. Новгород, НГПУ, 2003.
3. Колягин. Ю.м. и др. Методика преподавания математики в средней школе. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2009.
4. Корикова Т.М., Ястребов А.В. Справочные материалы по общей методике преподавания математики. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2009.
5. Кузин Ф.А. Диссертация: Методы написания. Правила оформления. Порядок защиты. Практическое пособие для докторантов, аспирантов и магистрантов. – М.: Ось-89, 2001. – 320 с.
6. Любецкий В.А. Основные понятия элементарной математики. – М.: Айрис-пресс, 2004.
7. Саранцев Г.И. Методология методики обучения математике. – Саранск: Типография «Красный Октябрь», 2001.
8. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы / Под ред. В. Д. Шадрикова. – М.: Гардарики, 2002.
9. Ястребов А.В. Задачи по общей методике преподавания математики. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2009.